Université Savoie Mont-Blanc **L3 MIASHS Éco**

MATH502 - Lois discrètes

Espérance $E(X)$	Variance $Var(X)$	Espérance $E(f(X))$
$\sum_k x_k P(X = x_k)$	$\sum_k (x_k - E(X))^2 P(X = x_k)$	$\sum_k f(x_k) P(X = x_k)$

Lois de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$ pour $p \in]0,1[$

Loi	Propriétés
$\Omega = \{0; 1\}$ $\mathbb{P}(X = 0) = 1 - p$ $\mathbb{P}(X = 1) = p$	$\mathbb{E}(X) = p$ $Var(X) = p(1-p)$ $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Lois Binomiales $Bin(n,p)$ pour $n \in \mathbb{N}$ et $p \in]0,1[$

Loi	Propriétés
$\Omega = \{0; \dots; n\}$ $\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$\mathbb{E}(X) = np$ $Var(X) = np(1-p)$ $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

Lois uniformes $\mathcal{U}(x_1, \dots, x_n)$ pour $n \in \mathbb{N}$ et $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^n$

Loi	Propriétés
$\Omega = \{x_1; \dots; x_n\}$ $\mathbb{P}(X = x_k) = \frac{1}{n}$	$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \overline{x}$ $Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$ $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

Lois uniformes $\mathcal{U}(a, \dots, b)$ pour $a, b \in \mathbb{N}^2$, $b > a$

Loi	Propriétés
$\Omega = \{a; \dots; b\}$ $\mathbb{P}(X = k) = \frac{1}{b-a+1}$	$\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$ $Var(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$

Lois géométriques $\mathcal{G}(p)$ pour $p \in]0,1[$

Loi	Propriétés
$\Omega = \mathbb{N}^*$ $\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{k-1}$	$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p}$ $Var(X) = (1-p)/p^2$ $\sigma(X) = \sqrt{(1-p)/p^2}$

Lois de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ pour $\lambda > 0$

Loi	Propriétés
$\Omega = \mathbb{N}$ $\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	$\mathbb{E}(X) = \lambda$ $Var(X) = \lambda$ $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$

MATH502 - Lois continues

Espérance $E(X)$	**Variance** $Var(X)$	**Espérance** $E(f(X))$
$\int_{t\in\mathbb{R}} t f_X(t)dt$	$\int_{t\in\mathbb{R}} (t-E(X))^2 f_X(t)dt$	$\int_{t\in\mathbb{R}} f(t) f_X(t)dt$

Lois Uniformes $\mathcal{U}([a,b])$ pour $a,b \in \mathbb{R}^2,\ b > a$

Loi	**Propriétés**
$\Omega = [a,b]$ $f_X(t) = \mathbf{1}_{[a,b]}(t)\frac{1}{b-a}$ $F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}$ **sur** $[a,b]$ **(0 avant et 1 après)**	$\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$ $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$ $\sigma(X) = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$

Lois Exponentielles $\mathcal{E}(\lambda)$ pour $\lambda \in \mathbb{R}$

Loi	**Propriétés**
$\Omega = \mathbb{R}_+$ $f_X(t) = \mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(t)\lambda e^{-\lambda t}$ $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ **sur** $\mathbb{R}_+$ **(0 sur $\mathbb{R}_-$)**	$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{\lambda}$ $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$ $\sigma(X) = 1/\lambda$

Lois Gaussiennes $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ pour $\mu \in \mathbb{R}$ et $\sigma^2 > 0$

Loi	**Propriétés**
$\Omega = \mathbb{R}$ $f_X(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt$ **(pas d'expression pour F_X)**	$\mathbb{E}(X) = \mu$ $Var(X) = \sigma^2$ $\sigma(X) = \sigma$

Loi de Cauchy $\mathcal{C}$

Loi	**Propriétés**
$\Omega = \mathbb{R}$ $f_X(t) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+t^2}$ $F_X(x) = \frac{1}{\pi}\arctan(x) + \frac{1}{2}$	$\mathbb{E}(X)$ **non définie** $Var(X)$ **non définie** $\sigma(X)$ **non définie**

Lois de Riemann $\mathcal{R}(s)$ pour $s > 0$

Loi	**Propriétés**
$\Omega =]1,+\infty[$ $f_X(t) = \mathbf{1}_{]1,+\infty[}(t)\frac{s}{t^{s+1}}$ $F_X(x) = 1 - \frac{1}{x^s}$ **sur** $[1,+\infty[$ **(0 sur $]-\infty,1]$)**	**si** $s > 1, \mathbb{E}(X) = \frac{s}{s-1}$ **si** $s \in]0,1[,\ E(X) = +\infty$ **si** $s > 2,\ Var(X) = \frac{s}{(s-1)^2(s-2)}$ **si** $1 < s < 2$**,** $Var(X) = +\infty$ **si** $s < 1,\ Var(X)$ **non définie**